

Sıfırın Ötesi: Tam Sayılarla Toplama ve Çıkarma

İnsan zihninin varlıkları ve durumları analiz etme aracı.



İnsanlara verilen ve diğer varlıklardan ayıran en büyük özelliklerden birisi de sayıları kullanarak varlıkları ve durumları anlaması, analiz etmesi ve çıkarımlar yapabilmesidir.

Matematiği ve sayıları kullanabilme ve işlem yapabilme becerisi insanlardan başka varlıklara da verilmiş midir?

Yönünüzü Bulun: Tam Sayılarla Toplama İşlemi

Sayı Doğrusundan Gerçek Hayata Bir Navigasyon Rehberi

Sıfır Noktası (0)



+1500m
(Ballıbaba Bitkisi)



+1250m
(Safran Bitkisi)



+540m
(Başlangıç)

+1000m 
(Kamp Alanına Dönüş)

Deniz Seviyesi (0) - Başlangıç Noktası

-8m 
(Balık Sürüsü)

-15m 
(İlk Dalış Noktası)

-25m 
(Uçak Enkazı)

Tam sayılar sadece rakam değil, konumumuzu ve yönümüzü belirten koordinatlardır. Yukarı/ileri (+) yönleri, aşağı/geri (-) yönleri temsil eder.

Pozitif Evren (+)



Yükselme | Alacak | İleri | Yukarı | Kâr



Negatif Evren (-)



Derinlik | Borç | Geri | Aşağı | Zarar



Evrenin Üç Parçalı Dengesi: Tam Sayılar



SAYILAR VE DOĞA: HAREKETİN YÖNÜ

Sürekli Eksen



Doğadaki hareketler, başlangıç noktasına eklenen yeni yönlü hareketlerin bir toplamıdır.

0 (Giriş)

+5

Aksiyon 2
(Yukarı Çıkış)

+2

-2

Aksiyon 1
(Aşağı İniş)

-6

Aynı Yöne İlerlemek

İşaretler aynı ise, sayıların mutlak değerleri toplanır ve ortak işaret sonucun önüne yazılır.

$$(-2) + (-4) = -6$$

$$(+2) + (+3) = +5$$

HAREKETİN YÖNÜ: TOPLAMA VE AZALMA

Sürekli Eksen



AYŞE'NİN YOLU - POZİTİFLERİN TOPLAMI

Başlangıç:
Sınıf 2. Kat (+2)

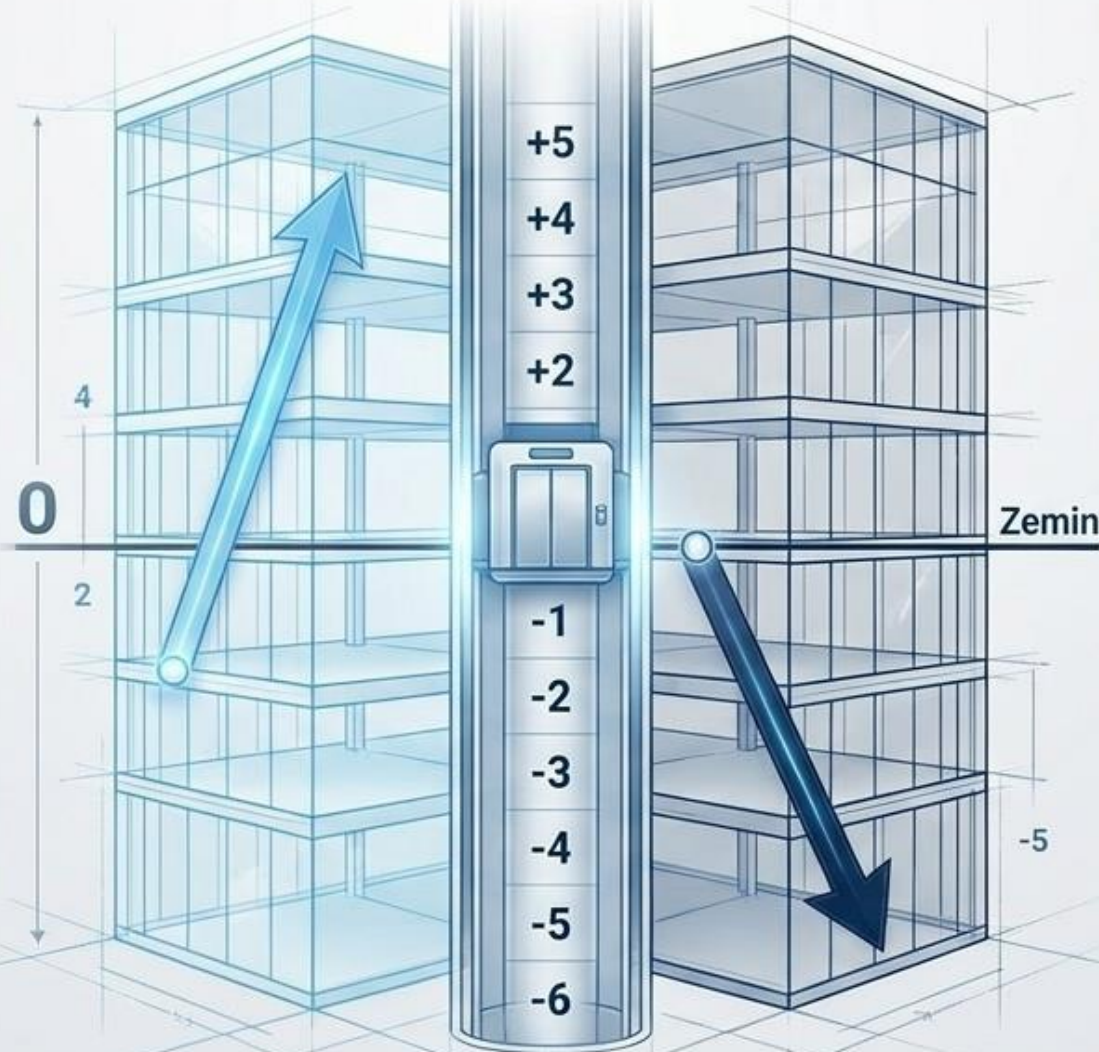


Hareket:
3 kat yukarı çıkış (+3)

İşlem: $(+2) + (+3) = (+5)$
Kütüphane.



İki ok da yukarıyı gösterdiği için güçleri birleşir.



HASAN BEY'İN YOLU - NEGATİFLERİN TOPLAMI

Başlangıç:
Zemin altı 2. Kat (-2)



Hareket:
4 kat daha aşağı iniş (-4)

İşlem: $(-2) + (-4) = (-6)$
Otopark.

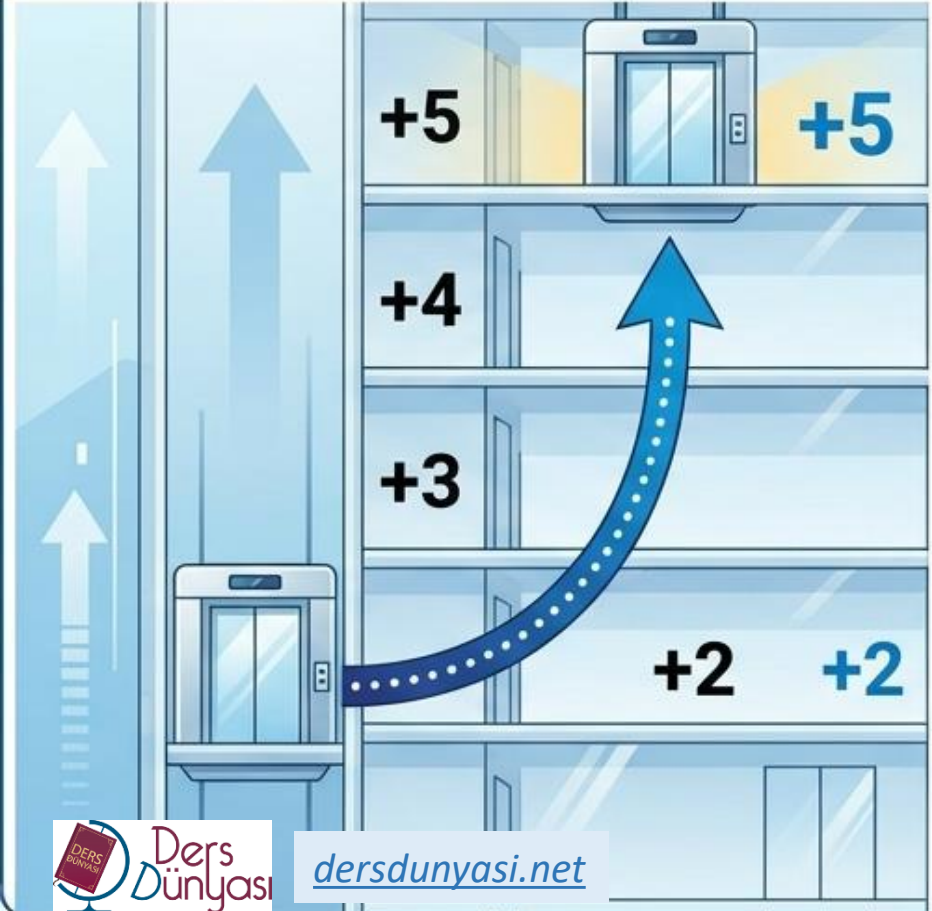


İki ok da aşağıyı gösterdiği için derinlik artar.

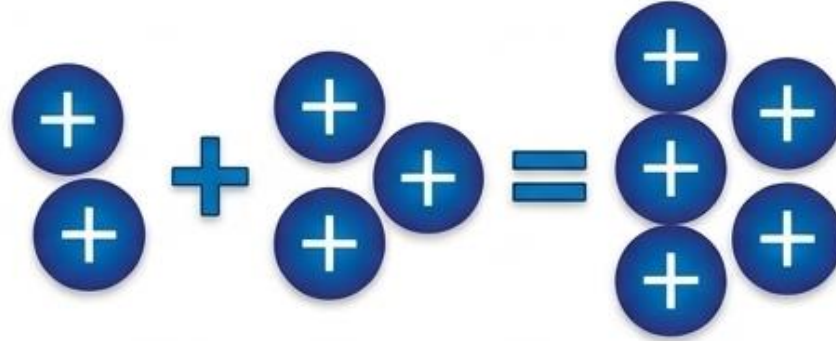
Aynı Yönde İlerlemek: Yukarı ve Daha Yukarı

Bağlam: Ayşe'nin sınıfı 2. kattadır (+2). 3 kat daha yukarıdaki kütüphaneye (+3) gidiyor.

Asansör Metaforu
(Mantık)



Sayma Pulları
(Görsel Model)



Aynı tür pullar birleşir, miktar artar.

Mutlak Değer Kuralı
(Soyut Matematik)

$$|+2| = 2$$

$$|+3| = 3$$

$$2 + 3 = 5$$

Ortak işaret: (+)

Sonuç: (+5)



Yükseklik ve derinliđi fiziksel dünyadan
alıp evrensel bir çizgiye yatırıyoruz:

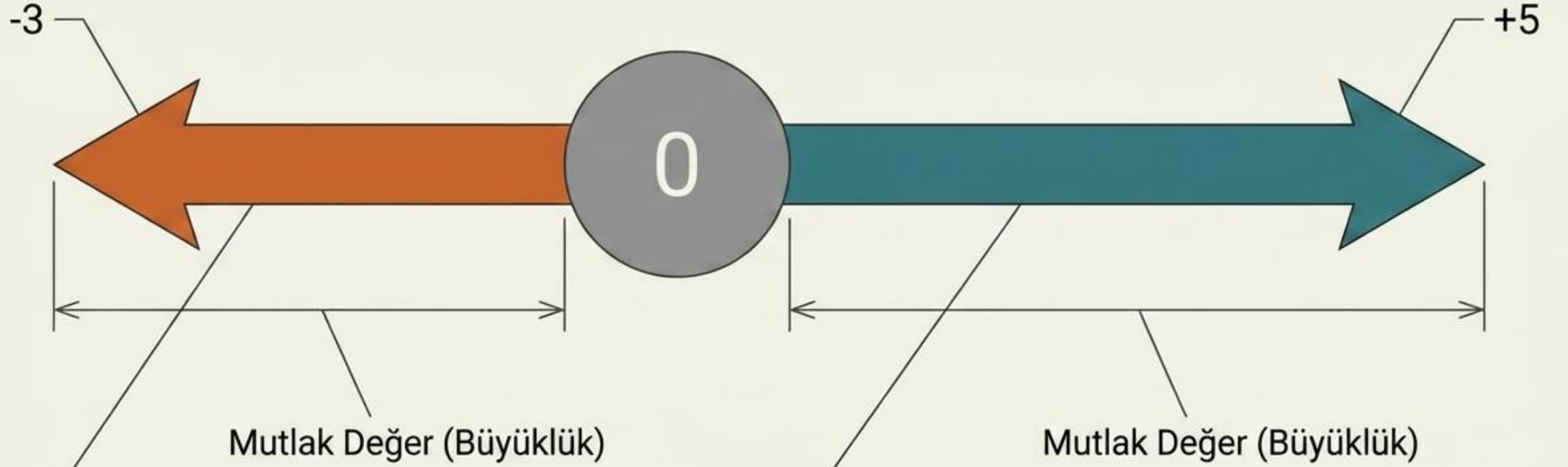
SAYI DOĞRUSU.



Sola doğru hareket:
EKLENEN SAYI NEGATİF (-)

Sağa doğru hareket:
EKLENEN SAYI POZİTİF (+)

Sayı Doğrusu Bir Vektör Haritasıdır



Yön (İşaret):

Pozitif sayılar sağa, negatif sayılar sola doğru ilerler.

Büyüklik (Mutlak Değer):

Bir sayının sıfıra olan fiziksel uzaklığıdır. İşaretten bağımsızdır; ok'un uzunluğunu temsil eder.



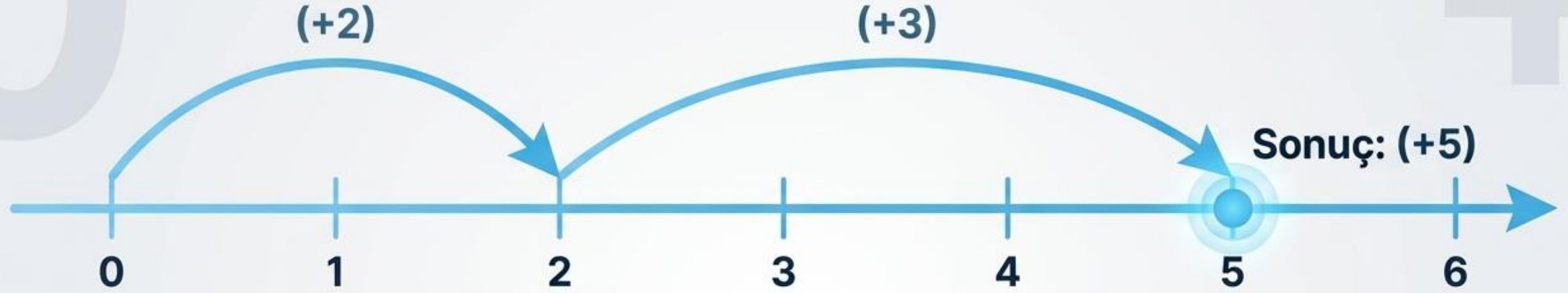
0

Sol Taraf (-): Borçlar
Borçlarımız,
ödemelerimiz ve zarar.

Merkez (0):
Ne borcun var, ne paran.
(Nötr durum)

Sağ Taraf (+): Varlıklar
Sahip olduğumuz para,
alacaklarımız ve kâr.

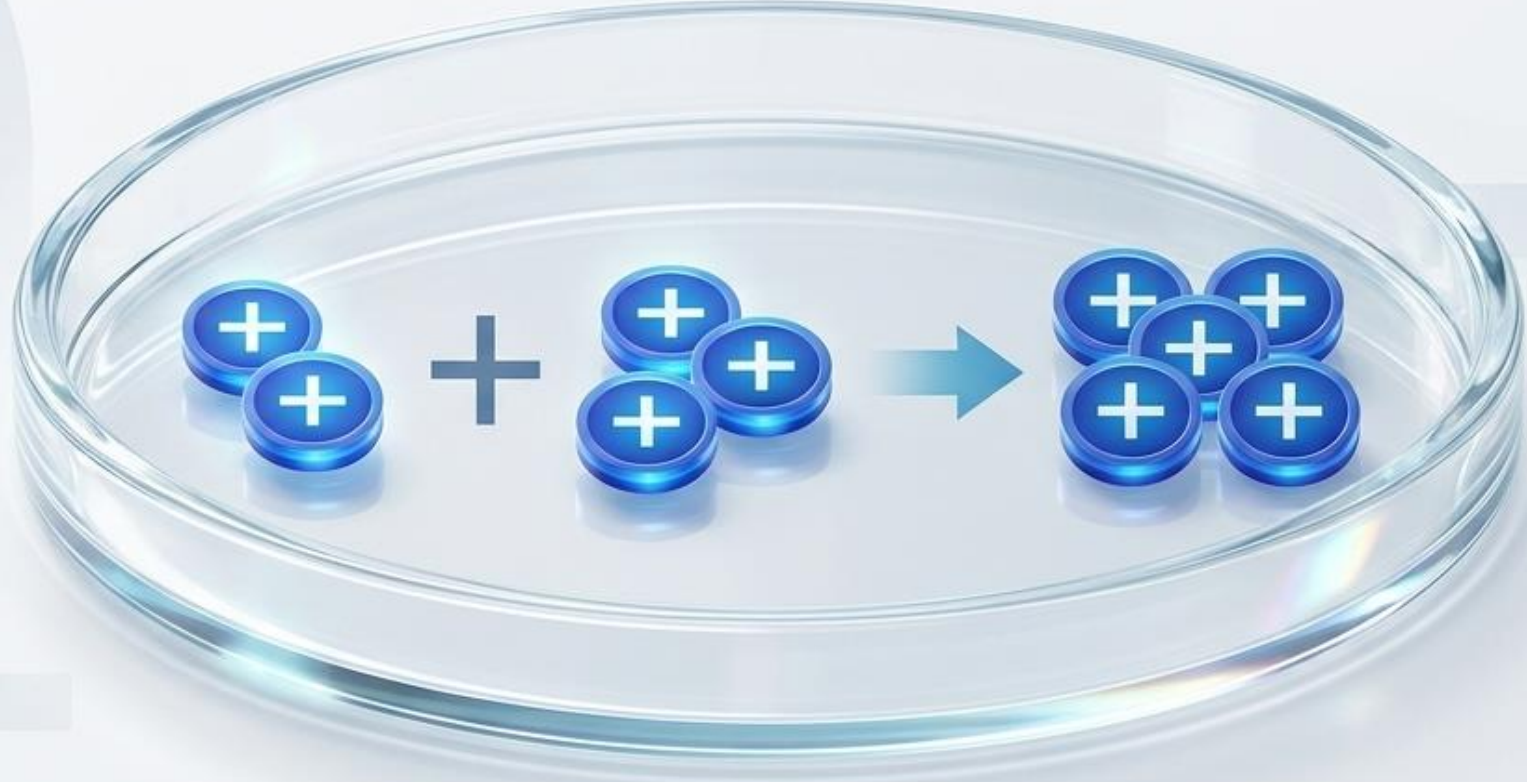
Günlük hayattaki "**yükseklik, derinlik, kâr, zarar**" kelimeleri aslında tam sayıların fiziksel çevirileridir.



KURAL 1: Aynı İşaretleri Toplamak.

- İşaretler aynı ise sayıların mutlak değerleri toplanır.
- Ortak işaret, toplamın önüne yazılır.

$$|+3| = 3, \quad |+2| = 2 \rightarrow 3 + 2 = 5 \rightarrow \text{Sonuç: } (+5)$$



Sayı pulları, tam sayıların fiziksel karşılığıdır.
Aynı cinsten pullar bir kaba konduğunda sayıca çoğalır.

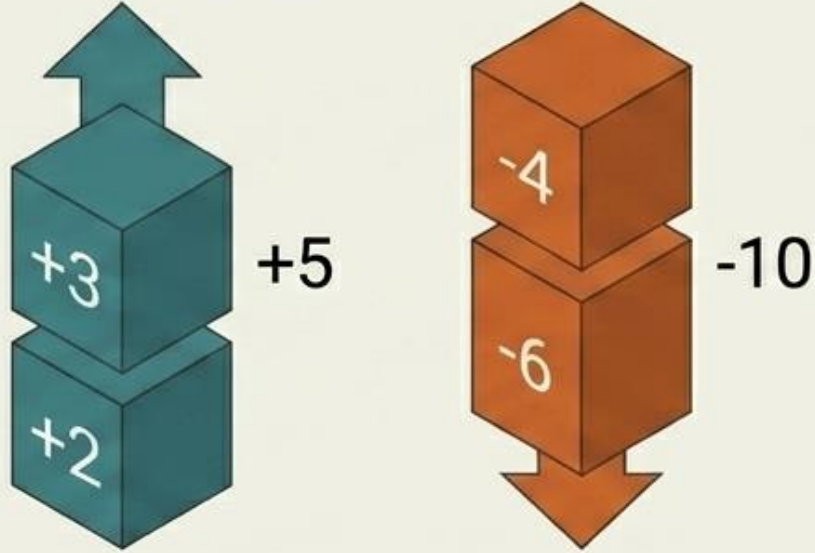
$$(+2) + (+3) = (+5)$$

Altın Kural 1: Aynı İşaretlerin Toplamı



Toplama Mekaniği: İşbirliği ve Zıtlık

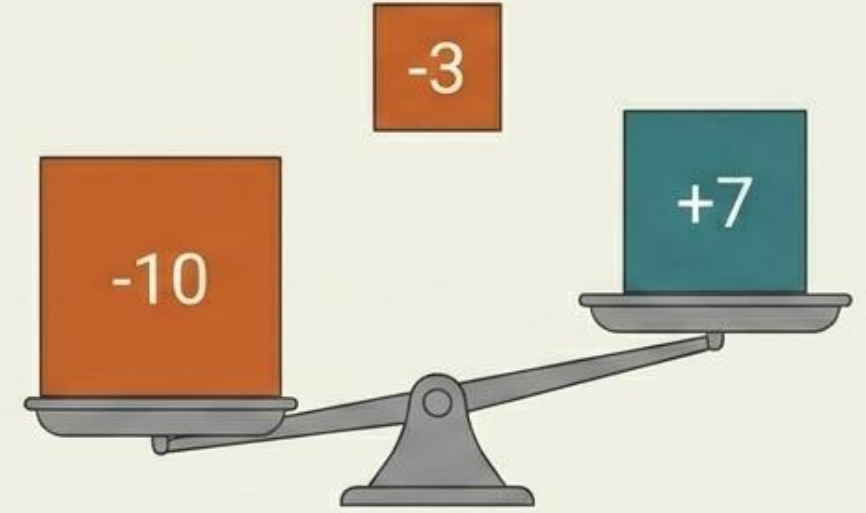
Aynı İşaretli Sayılar (İşbirliği)



- Sayıların mutlak değerleri toplanır.
- Ortak işaret korunur.

Örnekler: $(+3) + (+2) = +5$ | $(-4) + (-6) = -10$

Zıt İşaretli Sayılar (Çatışma)



- Büyük olanın mutlak değerinden küçük olan çıkarılır.
- Sonuç, mutlak değeri (ağırlığı) büyük olanın işaretini alır.

Örnek: $(-10) + (+7) = -3$

KARŞIT GÜÇLERİN ÇARPIŞMASI: TOPLAMA VE ÇIKARMA

Sürekli Eksen

Mevcut Borç
(-10)



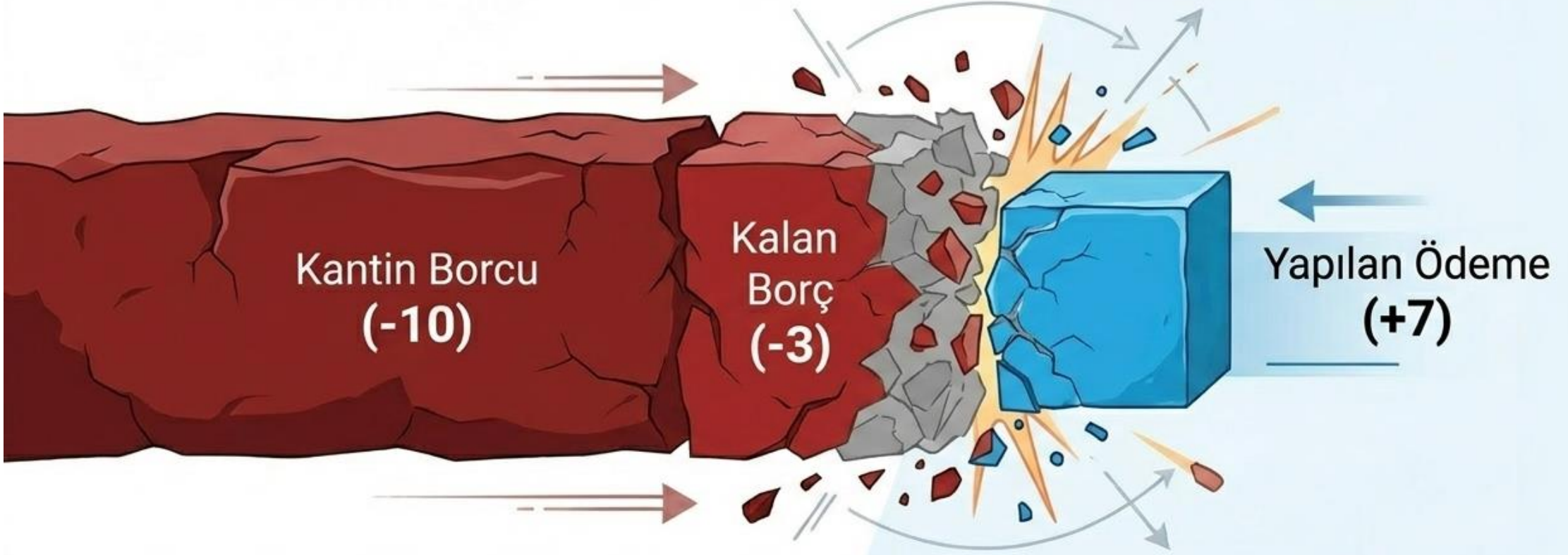
Yapılan Ödeme
(+7)

Osman Efe'nin Kantin Hesabı:

$$(-10) + (+7) = (-3)$$

Zıt güçler karşılaştığında büyük olan küçük olanı "yer" veya "eksiltir".
Geride büyük gücün işareti (borç) kalır: **-3 TL**.

Zıt Yönlerin Çatışması



Zıt işaretli sayılar toplanırken, mutlak değeri büyük olanın sözü geçer. Büyükten küçük çıkarılır, büyüğün işareti sonuca verilir.

KURAL 2: Zıt İşaretleri Toplamak.

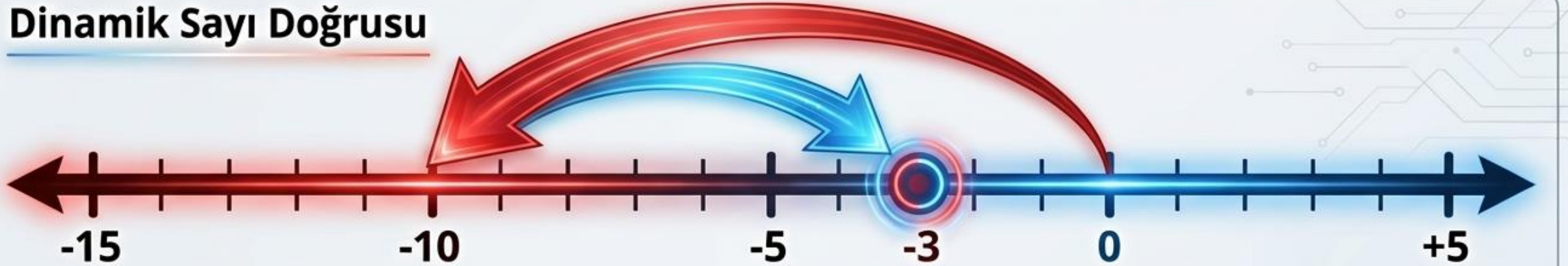
- Mutlak değerce büyük olandan küçük olan çıkarılır.
- Büyük olan sayının işareti sonuca verilir.

$$|-10| = 10, \quad |+7| = 7 \rightarrow 10 - 7 = 3 \rightarrow \text{Büyüğün İşareti } (-) \rightarrow \text{Sonuç: } (-3)$$

Zıt Yönlü Kuvvetler: Borç ve Ödeme

Bağlam: Osman Efe'nin kantine 10 TL borcu var (-10). Borcun 7 TL'sini ödüyor (+7).

Dinamik Sayı Doğrusu



Sayı Doğrusu Yolculuğu

İşlem her zaman ilk sayıdan başlar. Eklenen sayının işareti, yürüyeceğiniz yönü belirler.



Eğer Eklenen Sayı Pozitif (+) ise: Sağa doğru yürü!



(-3) noktasından başla,
(+5) birim sağa git = (+2).



(+4) noktasından başla,
(-6) birim sola git = (-2).



Eğer Eklenen Sayı Negatif (-) ise: Sola doğru yürü!

Karar Ağacı



SENTEZ MATRİSİ: Toplamanın Karar Ağacı



Tam Sayılarla Toplama: Güçler Birleşir mi, Çarpışır mı?

Toplama Stratejisi Matrisi

Aynı İşaretleli Sayılar (Güç Birlikteliği)



Kural: Sayıların mutlak değerleri toplanır.
Ortak işaret korunur.

Örnek: $(+3) + (+2) = +5$ | $(-4) + (-6) = -10$

Zıt İşaretleli Sayılar (Çarpışma)



Kural: Büyük mutlak değerden küçük olan çıkarılır. Büyük olanın işareti kazanır.

Örnek: $(-10) + (+7) = -3$

İşlem Kontrol Paneli: Toplamanın 4 Özelliği



Değişme

Toplanan sayıların yerleri değişse de sonuç asla değişmez.

$$7 + (-5) = (-5) + 7$$



Birleşme

Üç veya daha fazla sayıda, önce hangisini gruplayıp topladığınızın önemi yoktur.

$$[(-6) + 8] + (-10) = (-6) + [8 + (-10)]$$



Etkisiz Eleman

Sıfır (0) işlemde bir ayna gibidir. Toplandığı sayının değerini değiştirmez.

$$-12 + 0 = -12$$



Ters Eleman

Bir sayının ters işaretlisi, onun anti-maddesidir. Toplamları her zaman sıfırlar.

$$(+3) + (-3) = 0$$

Matematiksel Zarafet: İşlem Özellikleri



Değişme Özelliği

Sıra sonucu bozmaz.

$$7 + (-5) = (-5) + 7$$



Birleşme Özelliği

Gruplama sonucu etkilemez.

$$[(-6) + 8] + (-10) = (-6) + [8 + (-10)]$$



Etkisiz Eleman

Sıfır bir hayalettir, kendine eşitler.

$$-12 + 0 = -12$$



Ters Eleman

Bir sayının ters işaretlisi onu sıfırlar.

$$(+3) + (-3) = 0$$

Toplama İşleminin 4 Temel Yasası



Değişme

$$a + b = b + a$$



Birleşme

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$



Etkisiz Eleman

$$a + 0 = a$$

Sıfır bir aynadır.



Ters Eleman

$$a + (-a) = 0$$

Zıtlıklar birbirini sıfırlar.

Sıfır Çifti (Zero-Sum): Zıtlıkların Çarpışması



Madde ve anti-madde gibi... Eşit sayıdaki artı (+) ve eksi (-) pullar bir araya geldiğinde birbirini nötrler, yok eder ve **sıfır (0)** değerini oluşturur.

$$(+1) + (-1) = 0$$

Özellikleri Gerçek Hayatta Kullanmak

Bağlam: Şule'nin 12 tokası var (+12). Semra'dan 10 alıyor (+10). Ekin'e 12 veriyor (-12).

$$(+12) + (+10) + (-12)$$

Başlangıç Durumu

$$(+12) + (-12) + (+10)$$

Değişme Özelliği kullanıldı!

$$[(+12) + (-12)] + (+10)$$

Birleşme Özelliği ile gruplandı!

$$0 + (+10)$$

Ters Elemanlar birbirini yok etti!

$$(+10)$$

Etkisiz Eleman ile sonuca ulaşıldı.

Özellikleri bir alet çantası gibi kullanmak, uzun işlemleri zihinden saniyeler içinde çözmemizi sağlar.

Özellikleri Kullanarak Problemleri Hacklemek

Kurallar ezberlemek için değil, engelleri hızlıca aşmak içindir.

Optimizasyon Adımları



Özel Odak: Ayna Etkisi ve Ters Eleman



Bir sayı ile toplamı sıfıra eşit olan sayı, onun okyanusun ötesindeki simetriği, yani tersidir.

Gizem Çözümü

• Veri: •

32'nin tersi A, (-48)'in tersi B.

• Deşifre: •

A = (-32), B = (+48)

• Sonuç: •

A + B = (-32) + (+48) = (+16)

Son Görev: Ters Elemanları Bulmak

32 tam sayısının toplama işlemine göre tersi A ve (-48) tam sayısının toplama işlemine göre tersi B'dir. Buna göre A + B kaçtır?

A'yı Bul:
32'nin
"Antimaddesi"
(Tersi)
→ **A = (-32)**

B'yi Bul:
(-48)'in
"Antimaddesi"
(Tersi)
→ **B = (+48)**

Sentez (Çarpışma Matrisi kuralı):

$$(-32) + (+48)$$

Zıt işaretliler! Mutlak değeri büyük olan 48'dir. ($48 - 32 = 16$).

Sonuç: (+16)

Büyük Harita: Tam Sayılarla Toplama



Değişme



Birleşme



Etkisiz (0)

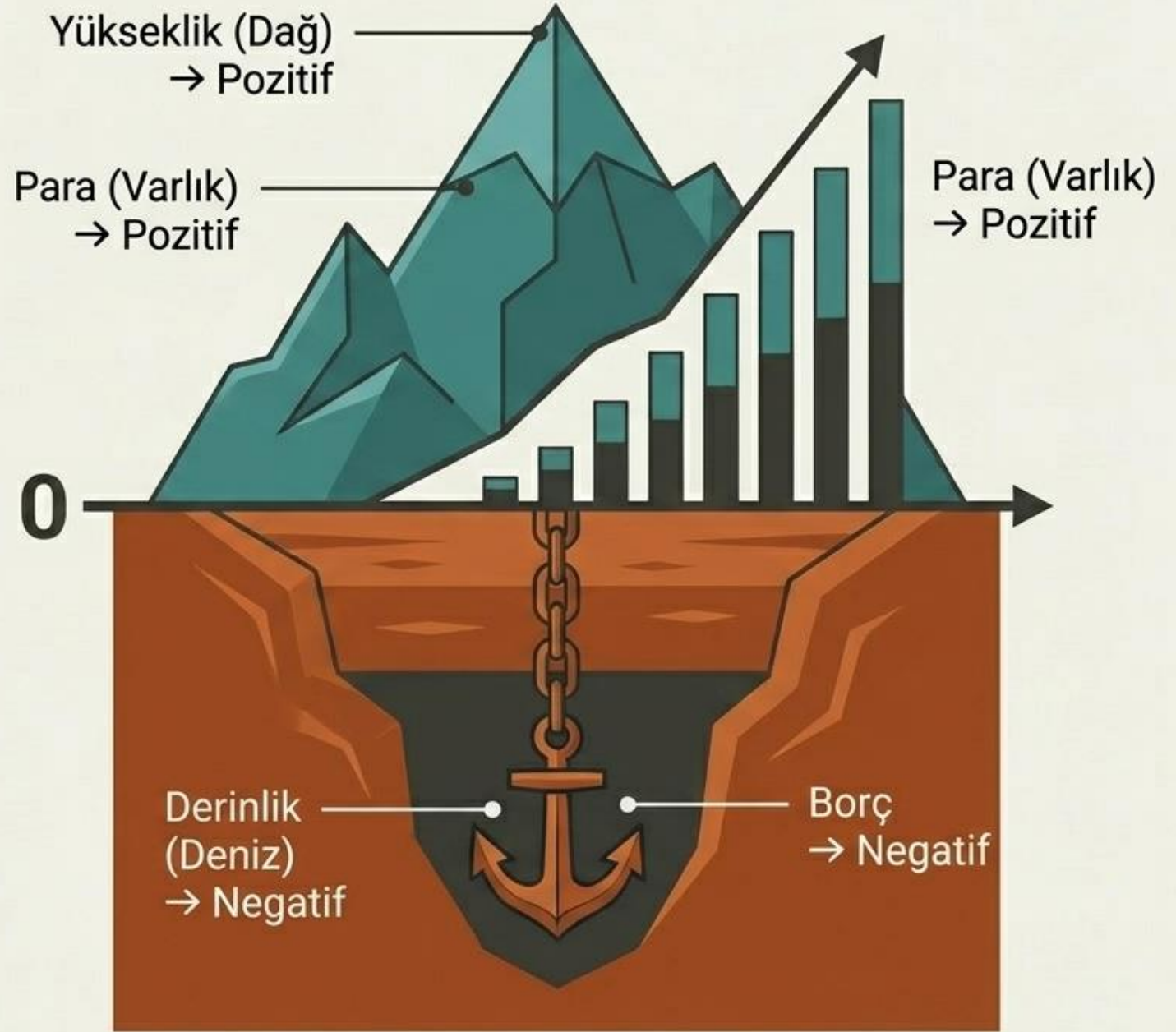


Ters

Rakamlar sadece büyüklük değil, yön belirtir.
Yönünüzü bulduğunuz sürece, matematiksel pusulanız sizi asla yanıltmaz.

Tam Sayıların Fiziksel Manzarası

Günlük hayattaki problemlerimizi, tam sayılarla ifade ederek çözeriz. Matematik kağıt üzerinde kalmaz; dünyayı nasıl ölçtüğümüzün kesin haritasıdır.



KAYNAKLAR

MEB DEVLET KİTAPLARI 2024, ORTAOKUL VE İMAM HATİP ORTAOKULU MATEMATİK 7. SINIF DERS KİTABINDAN ÖZETLENMİŞTİR.

Özetlemede ChatGPT ve NotebookLM yapay zeka araçları kullanılmıştır.